МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА"

Кафедра физики

Н.А. АХРАМЕНКО

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

Часть 1

Механика

Учебно-методическое пособие
для студентов-заочников инженерно-технических
специальностей

Гомель 2013

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Процесс изучения курса физики студентом заочной формы обучения состоит из следующих основных этапов: самостоятельное изучение физики по учебной литературе с конспектированием основных вопросов, решение задач, выполнение контрольных работ и их защита преподавателю, выполнение лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по учебной литературе

Этот вид занятий является главным в учебной работе студента заочной формы обучения. При этом необходимо руководствоваться следующим:

1 Курс физики необходимо изучать систематически в течение всего учебного процесса. Изучение курса в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний.

2 Работа с учебниками и другой методической литературой должна сопровождаться составлением конспекта, в котором записываются формулировки законов и выражающие их формулы, определения физических величин и единицы их измерения, выполняется чертеж и решаются типовые задачи.

Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Он должен осмыслить их и уметь самостоятельно вывести.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Основные кинематические характеристики движения частиц и тел. Скорость и ускорение. Кинематика вращательного движения твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Масса и импульс. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона. Сила. Третий закон Ньютона. Момент инерции. Момент силы. Момент импульса.

Движение относительно неинерциальных систем отсчета. Силовые поля. Законы сохранения в механике. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции. Закон сохранения импульса. Закон сохранения момента импульса твердого тела. Работа. Мощность. Кинетическая энергия. Кинетическая энергия вращательного движения твердого тела. Потенциальная энергия. Закон сохранения энергии в механике. Основы специальной теории относительности.

Список рекомендуемой литературы

Основная

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : в 3 т. / И. В. Савельев. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц : учеб. пособие для студентов втузов. – 320 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1997. – 542 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Сборник задач по курсу физики для втузов : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 3-е изд. – М. : ОНИКС-21 век; Мир и Образование, 2005. – 383 с.

5 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учеб. пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 5-е изд. перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 526 с.

6. **Наркевич И.И., Волмянский Э.И., Лобко С.И.** Физика для втузов. – Мн.: Вышэйшая школа, т. 1–2, 1992–1994.

Дополнительная

1 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 11-е изд., перераб. – М. : Наука, 1985. – 381 с.

2 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике : учеб. пособие / И. В. Савельев. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

3 **Чертов, А. Г.** Физические величины: (Терминология, определения, обозначения, размерности, единицы) / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1990. – 334 с.

4 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 624 с.

ВВЕДЕНИЕ

Физика изучает строение и свойства материи, а также простейшие формы ее движения.

Физика принадлежит к числу точных естественных наук. Основными методами исследования в физике являются опыт и эксперимент. Для объяснения экспериментальных данных и наблюдаемых явлений выдвигаются гипотезы, т.е. научные предположения. Если правильность гипотезы подтверждается, то она превращается в физический закон или теорию.

Физика включает следующие основные разделы:

Механика;

Молекулярная физика и термодинамика;

Электричество и магнетизм;

Колебания и волны;

Оптика;

Атомная и ядерная физика.

Простейшей формой движения является механическое движение. Механическое движение состоит в перемещении тел или частей одного тела друг относительно друга.

Основные принципы механики получили законченную форму в работах Ньютона (1687 г.). Поэтому классическую механику называют еще Ньютоновой механикой.

Классическая механика или механика Ньютона изучает движение тел или их частей друг относительно друга.

Механическое движение происходит в пространстве и во времени. Согласно классическим представлениям абсолютное пространство и абсолютное время представляют собой самостоятельные сущности, независящие друг от друга.

Пространство выражает порядок существования отдельных объектов. Время выражает порядок смены явлений. Пространство и время это основные формы существования материи.

Они носят абсолютный характер и их свойства не зависят ни от находящихся в них объектов, ни от процессов, протекающих в этих объектах, ни от распределения масс, ни от их скоростей.

Классические представления о пространстве и времени ограничены и неприменимы в квантовой механике и теории относительности.

Механику подразделяют на кинематику, динамику и статику.

Кинематика – раздел механики, изучающий движение тел без исследования причин, вызвавших это движение.

Кинематика материальной точки

В механике и, в частности, в кинематике используются понятия система отсчета и материальная точка.

Материальная точка – это тело любой физико-химической природы, линейными размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Любое тело можно рассматривать как систему материальных точек.

Система отсчета – это система координат (например, декартова)_ жестко связанная с телом отсчета, снабженная часами.

Основными кинематическими понятиями являются: траектория, путь, перемещение, скорость и ускорение.

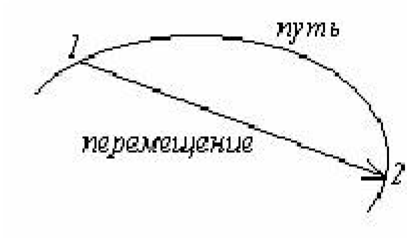
Траектория – это линия, которую описывает материальная точка при своем движении.

Если траекторией является прямая линия, то движение называется прямолинейным.

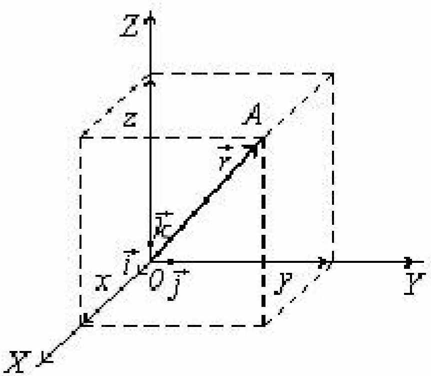
По форме траектории различают прямолинейное движение, движение по окружности, криволинейное движение. Понятие точка имеет ограниченное значение. Оно не применимо в квантовой механике к квантовым микрообъектом.

Путь - это расстояние между точками *1* и *2*, отсчитанное вдоль траектории.

Перемещение - это прямолинейный отрезок, проведенный из точки *1* в точку *2*.



Координатный способ описания движения



материальной точки:

если с системой отсчета связать декартову систему координат (X, Y, Z) , то положение материальной точки A можно задать с помощью координат (x, y, z). Траекторию движения мы определим, если будем знать функцию $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$.

Векторный способ описания движения материальной точки:

В этом случае достаточно выбрать в системе отсчета точку O начала отсчета. Положение точки A будет определяться вектором $\vec{r}$, проведенным из начала отсчета в данную точку A. Этот вектор $\vec{r}$ называется *радиус – вектором* точки A. Траектория движения будет определяться функцией $\vec{r}\,(t)$.

Положение материальной точки в пространстве можно задать как с помощью координат (x, y, z) так и с помощью радиус-вектора: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,

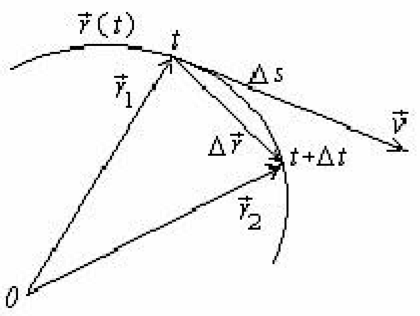
где орты $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – три единичных вектора, направленных вдоль осей X, Y, Z, соответственно.

Модуль радиус–вектора $\vec{r}$ равен

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\ .$$

Скорость при криволинейном движении материальной точки

Пусть материальная точка движется по траектории $\vec{r}_1(t)$, и пусть в момент времени t она находится в точке *1*, описываемой радиус-вектором $\vec{r}_1$. Рассмотрим достаточно близкий следующий момент времени $t + \Delta t$.



В этот момент времени материальная точка находится в точке *2*, и ее положение описывается радиус-вектором $\vec{r}_2$. Тогда $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, будет *перемещением* материальной точки за время Δt. Величина $\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ будет представлять среднюю скорость точки на участке траектории *1→2*. Мгновенную скорость $\vec{v}$ определим как предел при $\Delta t \to 0$, т.е. как производную от радиус-вектора $\vec{r}$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}\ .$$

Как видно из рисунка скорость $\vec{v}$ направлена по касательной к траектории.

Как всякий вектор, вектор скорости $\vec{v}$ можно выразить через его проекции на оси координат:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

Модуль вектора скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Ускорение при криволинейном движении материальной точки

В механике вводится еще одна важная характеристика движения – *ускорение*, т.е. скорость изменения вектора скорости $\vec{v}$ во времени:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Учитывая определение скорости $\vec{v}$, ускорение $\vec{a}$ есть вторая производная от радиус-вектора $\vec{r}$ по времени t.

Вектор ускорение $\vec{a}$ можно выразить через его проекции на оси координат:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}.$$

Модуль вектора ускорения:

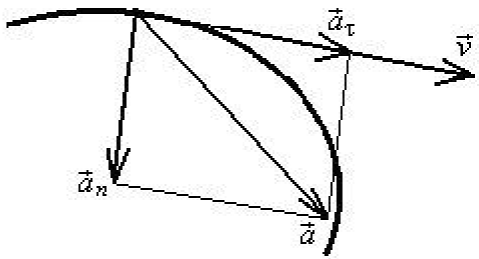
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\ .$$

В общем случае при криволинейном движении ускорение $\vec{a}$ направлено под некоторым углом к скорости $\vec{v}$. Представим вектор $\vec{a}$ в виде суммы двух векторов, один из которых параллелен скорости $\vec{v}$, т.е. направлен по касательной, а второй по нормали к траектории в этой точке:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n\,.$$

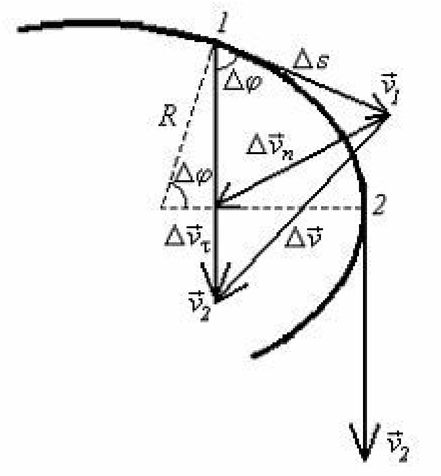
Эти две составляющие ускорения имеют названия:

$\vec{a}_\tau$– тангенциальное ускорение, $\vec{a}_n$ - нормальное ускорение.



$\vec{a}_\tau$
$\vec{v}$
$\vec{a}_n$
$\vec{a}$

Нарисуем траекторию движения $\vec{r}(t)$ и выберем два близких момента времени t и $t + \Delta t$.



В момент времени t_M материальная точка находилась в точке 1 и скорость ее равнялась $\vec{v}_1$, а в момент времени $t + \Delta t$ - в точке 2 и скорость ее равнялась $\vec{v}_2$. За время Δt вектор скорости $\vec{v}$ изменился как по модулю, так и по направлению. Для того, чтобы определить $\Delta\vec{v}$, перенесем вектор $\vec{v}_2$ в точку 1 и представим $\Delta\vec{v}$ в виде суммы двух векторов $\Delta\vec{v}_n$ и $\Delta\vec{v}_\tau$. При этом модуль вектора $\Delta\vec{v}$.

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_n + \Delta\vec{v}_\tau .$$

Согласно определению ускорения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

1) Как видно из построения, $\Delta\vec{v}_\tau = \Delta\vec{v}$, и модуль вектора $\vec{a}_\tau$ равен производной от модуля вектора скорости, т.е.

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Это тангенциальное ускорение при криволинейном движении.

2) Для нахождения модуля вектора $\vec{a}_n$, сделаем дополнительные построения, а именно, в точках *1* и *2* проведем нормали к траектории и будем считать достаточно малый участок кривой *1–2* дугой окружности радиуса R. Тогда $\Delta s = R\Delta\varphi$, откуда следует, что

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}$$

Зная угол $\Delta\varphi$, найдем модуль вектора $\Delta\vec{v}_n$:

$$\Delta v_n = v_1 \Delta\varphi = \frac{v_1 \Delta s}{R}$$

Возвращаясь к определению a_n, находим

$$a_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{v_1 \Delta s}{R\Delta t} = \frac{v^2}{R},$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

где R- радиус кривизны траектории.

Это нормальное ускорение при криволинейном движении.

Рассмотрим два частных случая:

1) Равномерное движение материальной точки по окружности: $v = const$.

Тогда тангенциальное ускорение равно нулю и полное ускорение равно нормальному, т.е. центростремительному ускорению:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$$

$$a = a_n = \frac{v^2}{R}$$

1) *Прямолинейное движение материальной точки:*

В этом случае радиус кривизны траектории равен бесконечности и нормальное ускорение равно нулю. Полное ускорение равно тангенциальному и направлено: если $a > 0$, по направлению движения, если $a < 0$, против направления движения.

$$R = \infty \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{R} = 0$$

$$a = a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

Кинематика вращательного движения твердого тела

Абсолютно твердым телом называется тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Всякое движение твердого тела можно разложить на два основных вида движения – поступательное и вращательное.

Поступательное движение - это такое движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом, остается параллельной самой себе.

Вращательное движение – это такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой *осью вращения*. Ось вращения может находиться и вне тела.

Вращение твердого тела описывается углом поворота $\varphi(t)$, на который повернулось тело за время t. Поворот тела на некоторый угол φ можно задать в виде отрезка, длина которого равна φ, а направление совпадает с осью, вокруг которой производится поворот.

Введем векторную величину

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

где Δt - время, за которое совершается поворот $\Delta\vec{\varphi}$. Угловая скорость ω измеряется в радианах за 1с. $[\omega]$ = 1радиан/с = 1с$^{-1}$.

Она называется угловой скоростью вращающегося тела.

Угловая скорость $\vec{\omega}$ направлена вдоль оси, вокруг которой вращается тело, в сторону, определяемую правилом правого винта. Модуль угловой скорости равен $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$.

Вращение с постоянной угловой скоростью называется *равномерным вращением*. Если вращение является равномерным, то $\omega = \dfrac{\varphi}{t}$, где φ - конечный угол поворота за время t. Равномерное вращение можно характеризовать *периодом обращения* T - временем, в течение которого тело делает один оборот, т.е. поворачивается на угол 2π. Тогда

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

откуда $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

Число оборотов единицу времени или *частота вращения* n равна:

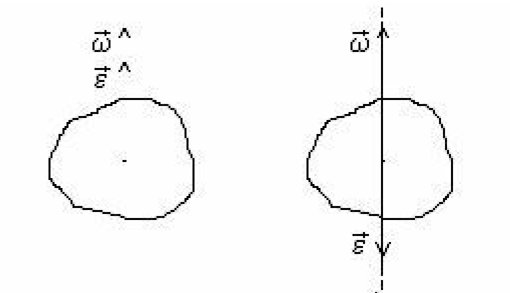
$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2\pi n$$ - *связь угловой скорости с частотой вращения.*

Пусть за время Δt вектор $\vec{\omega}$ получает приращение $\Delta\vec{\omega}$. Изменение вектора угловой скорости со временем характеризуется величиной, которая называется *угловым ускорением* и определяется следующим образом:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Угловое ускорение ε измеряется в радианах за $1с^2$, т.е. $[\varepsilon]$ = 1радиан/$с^2$ = $1с^{-2}$.

Если ось вращения неподвижная, то угловое ускорение направлено вдоль оси вращения. При этом возможны два случая:



- ускоренное вращение

- замедленное вращение

В частных случаях равномерного и равнопеременного вращения можно провести аналогию с соответствующими случаями прямолинейного поступательного движения:

Поступательное движение	*Вращательное движение*
$\mathbf{a} = \mathbf{0}$	$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$
$v = const$	$\omega = const$
$s = vt$	$\varphi = \omega t$
$\mathbf{a} = \boldsymbol{const}$	$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{const}$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
$s = v_0 t + at^2/2$	$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2/2$

Отдельные точки вращающегося тела имеют различные линейные скорости $\vec{v}$. Скорость каждой из точек непрерывно изменяет свое направление. Величина скорости v определяется скоростью вращения тела ω и расстоянием R рассматриваемой точки от оси вращения. Пусть за малый промежуток времени Δt тело повернулось на угол $\Delta\varphi$. Точка, находящаяся на расстоянии R от оси, проходит при этом путь $\Delta s = R\Delta\varphi$. Линейная скорость точки равна

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} R \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega ,$$

т.е.

$$v = \omega R . \qquad (1)$$

В векторном виде формула (1) примет вид

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\,\vec{r}] .$$

Ускорение отдельной точки вращающегося тела представим в виде суммы

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

Нормальное ускорение a_n равно:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R .$$

Тангенциальное ускорение a_τ равно:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = \varepsilon R .$$

Полное ускорение a равно:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} .$$

Вопросы для самоконтроля

1. Механическое движение.
2. Система отсчета.
3. Траектория.
4. Перемещение.
5. Путь.
6. Скорость материальной точки.
7. Средняя путевая скорость.
8. Закон сложения скоростей.
9. Ускорение материальной точки.
10. Ускорение при криволинейном движении.
11. Кинематические характеристики вращательного движения твердого тела.
12. Связь между линейными и угловыми характеристиками вращающегося тела.

Динамика.

В основе классической механики лежат три закона динамики, сформулированные И. Ньютоном в 1687 г.

Первый закон Ньютона: *Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.*

Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета. Система отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется *инерциальной системой отсчета.* Инерциальных систем отсчета существует бесконечное множество. Любая система отсчета, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы прямолинейно и равномерно (т.е. с постоянной скоростью), будет также инерциальной.

Система отсчета связанная с Солнцем называется *гелиоцентрической системой отсчета.* Ее можно считать инерциальной.

Всякое тело противодействует попыткам изменить его состояние движения. Это свойство тел называется *инертностью*. В качестве количественной характеристики инертности используется величина, называемая *массой* тела m. Для количественной характеристики взаимодействия тел или полей вводится физическая величина, называемая *силой* $\vec{F}$

Воздействие на данное тело со стороны других тел вызывает изменение его скорости. Опыт показывает, что одинаковые воздействия на разные тела, вызывают разные по величине изменения скоростей этих тел. Чтобы описать этот опытный факт, вводится понятие *импульса* тела (*количества движения*):

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Второй закон Ньютона: *Скорость изменения импульса тела равна геометрической сумме сил, действующих на данное тело:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

Подставляя сюда выражение для импульса тела $\vec{p} = m\vec{v}$, получим еще одну формулировку второго закона Ньютона:

Произведение массы тела на его ускорение равно геометрической сумме сил, действующих на тело:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия: если тело *1* действует на тело *2* с силой $\vec{F}_{21}$, то и тело *2* в свою очередь действует на тело *1* с силой $\vec{F}_{12}$.

Третий закон Ньютона: *Силы, с которыми действуют друг на друга взаимодействующие тела, равны по величине и противоположны по направлению:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} .$$

Эти силы не компенсируют друг друга, поскольку приложены к разным телам.

Законы сохранения в механике

Законы Ньютона позволяют решить любую задачу классической механики. Они устанавливают уравнения движения тела, которые в общем случае являются нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка и могут быть решены только численными методами. В некоторых случаях уравнения движения представляют собой систему линейных дифференциальных уравнений, решение которых может быть представлено в аналитическом виде, т.е. в виде некоторых известных функций. В общем случае решение уравнений движения тела может представлять серьезную математическую проблему.

В механике можно ввести физические величины, которые при определённых условиях сохраняются во времени и могут существенно упростить решение задач механики. Такими физическими величинами являются: *импульс, энергия и момент импульса*. Наличие законов сохранения этих величин связано со свойствами пространства и времени. Так, законы сохранения импульса и энергии отражают такое свойство пространства и времени, как их однородность. Закон сохранения момента импульса выражает изотропные свойства пространства, т.е. равноправность всех направлений в пространстве.

Закон сохранения импульса системы материальных точек

Рассмотрим систему, состоящую из n материальных точек. Между материальными точками действуют *силы внутреннего взаимодействия* $\vec{F}_{ik}$, а также на материальные точки действуют *внешние силы* $\vec{F}_i$. Здесь $\vec{F}_{ik}$ - внутренняя сила, действующая на i-ю материальную точку со стороны k-й материальной точки, $\vec{F}_i$ - внешняя сила, действующая на i-ю материальную точку.

Материальные точки системы обладают импульсом:

$\vec{p}_i = m_i\vec{v}$ – импульс i-ой материальной точки.

Система материальных точек называется *замкнутой*, если внешние силы отсутствуют, или их равнодействующая равна нулю: $\sum\limits_{i=1}^{n}\vec{F}_i = 0$.

Если система материальных точек замкнута, т.е. $\sum\limits_{i=1}^{n}\vec{F}_i = 0$, то имеет место закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i = const \quad \text{или} \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = const$$

Закон сохранения импульса системы материальных точек: если система материальных точек является замкнутой, то суммарный импульс системы остаётся постоянным, т.е. сохраняется во времени.

Центр масс системы материальных точек

Важное значение для системы материальных точек имеет такое понятие, как *центр масс*.

Сначала рассмотрим две материальные точки с массами m_1 и m_2 и найдём их центр масс. В данном случае центр масс - это точка C, которая лежит на прямой соединяющей материальные точки.

Если положение материальных точек описывается радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, то положение центра масс C, будет описываться радиус-вектором $\vec{r}_c$, который равен

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

В общем случае системы из n материальных точек, положение центра масс будет описываться радиус-вектором:

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ..m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{M},$$

где $M = m_1 + m_2 + ... + m_n$ - полная масса системы материальных точек.

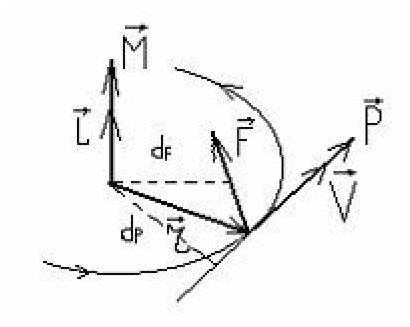
Если система материальных точек замкнута, то $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = const$, и тогда

$$\vec{v}_c = const.$$

Таким образом, при отсутствии внешних сил центр масс системы материальных точек остается в покое или движется прямолинейно и равномерно.

Момент импульса материальной точки относительно начала координат

Для простоты рассмотрим случай плоского движения, т.е. траектория движения материальной точки лежит в одной плоскости, которую мы расположим перпендикулярно плоскости листа. Выберем на плоскости начало координат O и положение материальной точки будем описывать радиус-вектором $\vec{r}$. Скорость точки $\vec{v}$, ее импульс $\vec{p} = m\vec{v}$, ускорение $\vec{a}$, и сила $\vec{F}$ будут расположены в плоски движения материальной точки, как показано на рисунке.



Введем две новые физические величины: момент силы $\vec{M}$ и момент импульса $\vec{L}$ относительно начала координат O.

$$\vec{M} = [\vec{r}\,\vec{F}] -$$

- *момент силы относительно начала координат.*

Модуль вектора $\vec{M}$ равен

$M = rFSin(\hat{\vec{r};\vec{F}})$, где $(\hat{\vec{r};\vec{F}})$- угол между векторами r и F. Если опустить перпендикуляр из точки O на направление действия силы, то его длина d_F будет плечом силы F, $d_F = rSin(\hat{r;F})$ и модуль момента сил будет равен произведению силы на плечо, т.е. $M = Fd_F$, что совпадает со школьным определением момента силы.

Аналогично моменту силы вводится момент импульса

$$\vec{L} = [\vec{r}\,\vec{p}] -$$

- *момент импульса материальной точки относительно начала координат.*

$$L = rP\sin(\hat{\vec{r};\vec{p}}),$$

где $(\hat{r;F})$- угол между векторами r и p, $d_p = r\sin(\hat{r;P})$ —плечо импульса p, т.е. длина перпендикуляра, опущенного из точки O на направление вектора p материальной точки. Оба вектора $\vec{M}$ и $\vec{L}$, согласно определения направлены перпендикулярно плоскости движения материальной точки.

В общем случае, направление векторов $\vec{M}$ и $\vec{L}$ не совпадают, но существует закон, который связывает момент импульса $\vec{L}$ с моментом силы $\vec{M}$:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \text{ -}$$

- закон изменения момента импульса материальной точки относительно начала координат.

Закон сохранения момента импульса системы материальных точек

Рассмотрим систему, состоящую из n материальных точек: Выберем начало координат O, тогда положение точек будет задаваться радиус-векторами

$$\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_n \, .$$

Пусть материальные точки обладают импульсами

$$\vec{p}_1, \vec{p}_2, \ldots, \vec{p}_n \, ,$$

Определим также моменты импульсов материальных точек

$$\vec{L}_1, \vec{L}_2, \ldots, \vec{L}_n \, .$$

Если система материальных точек является замкнутой, $\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0\right)$, то имеет место закон сохранения момента импульса

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots + \vec{L}_n = const$$

Закон сохранения момента импульса системы материальных точек: если система материальных точек является замкнутой, то суммарный момент импульса системы остаётся постоянным, т.е. сохраняется во времени.

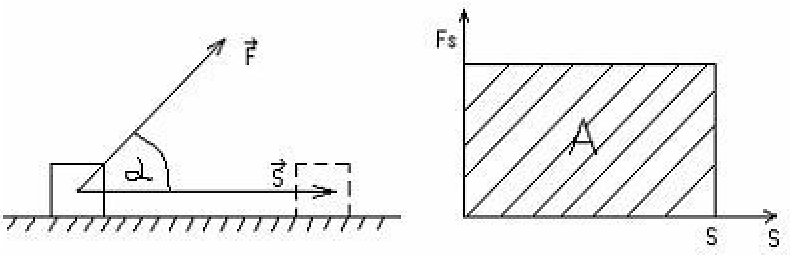
Вопросы для самоконтроля

1. Масса, импульс материальной точки и системы материальных точек.
2. Сила. Равнодействующая сил.
3. Масса, импульс системы материальных точек. Центр масс.
4. 1-й закон Ньютона.
5. Инерциальные системы отсчета.
6. 2-й закон Ньютона.
7. 3-й закон Ньютона.
8. Замкнутая механическая система.
9. Закон сохранения импульса.

Работа, энергия, мощность

Если на тело действует сила, то эта сила совершает работу по перемещению этого тела. Прежде чем дать определение работы при криволинейном движении материальной точки, рассмотрим частные случаи:

а) *Сила постоянная $\vec{F} = const$, движение прямолинейное.*



В этом случае механическая работа A равна:

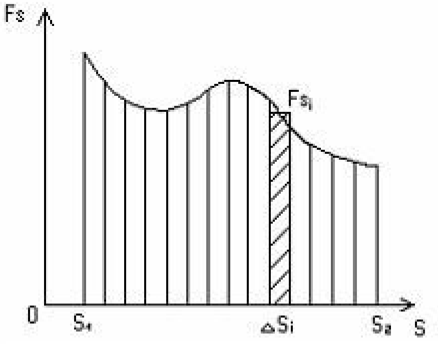
$$A = F\, s\, \cos\alpha = \vec{F}\vec{s},$$

или $$A = F\cos\alpha \cdot s = F_S \cdot s,$$

где F_S – проекция силы $\vec{F}$ на перемещение. В данном случае $F_s = const$, и геометрический смысл работы A – это площадь прямоугольника, построенного в координатах F_S , s .

b) *Движение прямолинейное, сила переменная, т.е.* $F_S \neq const$.

Построим график проекции силы на направление перемещения F_S как функции перемещения s. Полное перемещение представим как сумму n малых перемещений Δs_i. Для малого i -ого перемещения Δs_i работа равна $\Delta A_i = F_{si}\,\Delta s_i$ или площади заштрихованной трапеции на рисунке.



Полная механическая работа по перемещению из точки *1* в точку *2* будет равна:

$$A_{12} = \lim_{\Delta S \to 0} \sum_{i=1}^{n} F_{Si} \Delta s_i = \int_{S_1}^{S_2} F_S ds .$$

Величина, стоящая под интегралом будет представлять элементарную работу по бесконечно малому перемещению ds:

$$dA = F_S ds = \vec{F} d\vec{r}$$ – элементарная работа.

Движение криволинейное, сила $\vec{F}$ переменная.

Работа по перемещению материальной точки из точки *1* в точку *2* определяем как криволинейный интеграл:

$$A_{12} = \int_{1}^{2} \vec{F} d\vec{r} .$$

Механическая энергия.

Энергия является общей количественной мерой движения взаимодействия всех видов материи. Энергия не исчезает и не возникает из нечего: она лишь может переходить из одной формы в другую. Понятие энергии связывает воедино все явления в природе. В соответствии с различными формами движения материи рассматривают разные виды энергии – механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную и др.

Понятия энергии и работы тесно связаны друг с другом. Известно, что работа совершается за счет запаса энергии и, наоборот, совершая работу, можно увеличить запас энергии в каком-либо устройстве. Другими словами работа – это количественная мера изменения энергии:

$$dA = dE\ .$$

Энергия также как и работа в СИ измеряется в джоулях: $[E]$=1 Дж.

Механическая энергия бывает двух видов – кинетическая и потенциальная.

Кинетическая энергия (или энергия движения) определяется массами и скоростями рассматриваемых тел. Рассмотрим материальную точку, движущуюся под действием силы $\vec{F}$. Работа этой силы увеличивает кинетическую энергию материальной точки W. Вычислим в этом случае малое приращение (дифференциал) кинетической энергии:

$$dW = dA = \vec{F}d\vec{r} = F_S ds = ma_\tau ds = m\frac{dv}{dt}ds = mvdv\ .$$

При вычислении dW использован второй закон Ньютона $F_S = ma_\tau$, а также $\frac{ds}{dt} = v$ - модуль скорости материальной точки. Тогда dW можно представить в виде:

$$dW = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) \Rightarrow W = \frac{mv^2}{2} \ -$$

- кинетическая энергия движущейся материальной точки.

Умножив и разделив это выражение на m, и учитывая, что $mv = p$, получим

$$W = \frac{p^2}{2m} \ -$$

- связь между импульсом и кинетической энергией движущейся материальной точки.

Потенциальная энергия (или энергия положения тел) определяется действием на тело консервативных сил и зависит только от положения тела.

Работу силы тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ при криволинейном движении материальной точки A_{12} можно представить в виде разности значений функции mgh, взятых в точке *1* и в точке *2*:

$$A_{12} = mgh_1 - mgh_2 .$$

Когда силы консервативны, работу этих сил на пути $1 \rightarrow 2$ можно представить в виде:

$$A_{12} = U_1 - U_2 .$$

Функция U, которая зависит только от положения тела – называется потенциальной энергией.

Тогда для элементарной работы получим

$dA = -dU$ – *работа равна убыли потенциальной энергии.*

Иначе можно сказать, что работа совершается за счёт запаса потенциальной энергии.

Величину E, равную сумме кинетической и потенциальной энергий частицы, называют полной механической энергией тела:

$E = W + U$ – *полная механическая энергия тела.*

Закон сохранения механической энергии системы материальных точек.

Рассмотрим систему, состоящую из n материальных точек, между которыми действуют консервативные силы внутреннего взаимодействия $\vec{F}_{ik}$, и кроме того на материальные точки действуют внешние консервативные силы $\vec{F}_i$ и внешние неконсервативные силы $\vec{F}_i^{*}$.

В этом случае можно получить равенство:

$$d(W + U_{вз} + U_{внеш}) = dA,$$

где W – кинетическая энергия системы материальных точек,

$U_{вз}$, $U_{внеш}$ – внутренняя и внешняя потенциальная энергия м.т.,

dA – полная работа внешних неконсервативных сил.

Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, правая часть полученного уравнения будет равна нулю и, следовательно, полная механическая энергия системы остается постоянной:

$$E = W + U_{(вз)} + U_{(внеш)} = const\ –$$

Это - закон сохранения механической энергии системы материальных точек.

Полная механическая энергия системы материальных точек, на которые действуют лишь консервативные силы, остается постоянной, т.е. сохраняется во времени.

Для замкнутой системы закон сохранения полной механической энергии имеет вид:

$$E = W + U_{(вз)} = const.$$

Полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек, между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной, т.е. сохраняется во времени.

Если в замкнутой системе, кроме консервативных, действуют такие неконсервативные силы, например, силы трения, то полная механическая энергия системы не сохраняется. Часть энергии переходит в другие виды энергии.

Связь между потенциальной энергией и консервативной силой.

Если тело в каждой точке пространства подвержено воздействию других тел, то говорят, что это тело находится в поле сил. Так, например, тело вблизи поверхности Земли находится в поле сил тяжести.

Поле консервативных сил называется потенциальным полем сил. В каждой точке такого поля потенциальная энергия имеет определенное значение. Чтобы установить связь между потенциальной энергией U и консервативной силой $\vec{F}$, вычислим элементарную работу по перемещению материальной точки из точки *1* в близко расположенную точку *2*. Через точки *1* и *2* проведем эквипотенциальные поверхности, т.е. поверхности одинакового потенциала, которые находятся на расстоянии dn друг от друга. Так как работа совершается за счет запаса потенциальной энергии, то потенциальная энергия на поверхности *1* больше чем на поверхности *2*, а именно, при переходе от поверхности *2* к поверхности *1* она возрастает на dU. Элементарная работа dA равна убыли потенциальной энергии:

$$dA = -dU. \qquad (1).$$

Согласно построению эквипотенциальных поверхностей сила $\vec{F}$ всегда перпендикулярны этим поверхностям. Элементарную работу силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$ можно определить и другим способом:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fdr\cos\alpha = Fdr. \qquad (2)$$

Решая совместно (1) и (2), находим соотношение между убылью потенциальной энергии и силой:

$$F = -\frac{dU}{dn}.$$

Это соотношение можно записать в векторной форме, если ввести векторную величину – градиент потенциальной энергии $gradU$. По определению это вектор направленный по нормали к эквипотенциальной поверхности в сторону возрастания потенциальной энергии:

$$gradU = \frac{dU}{dn}\vec{n},$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали. Тогда

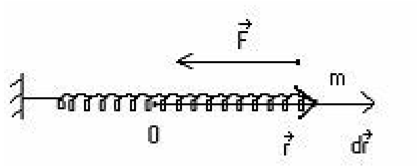
$\vec{F} = -gradU$ – *связь между консервативной силой и потенциальной энергией.*

Тогда

$$\vec{F} = -gradU \equiv \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$$ – *градиент скалярной функции* $U(x,y,z)$.

Потенциальная энергия упругой деформации.

Потенциальной энергией может обладать не только система взаимодействующих тел, но и отдельно взятое упруго деформированное тело (например, сжатая или растянутая пружина и т.п.).



В этом случае потенциальная энергия зависит от взаимного расположения отдельных частей тела (например, от расстояния между соседними витками пружины). Возьмем материальную точку m, закрепленную на конце пружины. Положение этой точки будет описываться радиус-вектором $\vec{r}$, на неё действует возвращающая сила упругой деформации $\vec{F} = -k\vec{r}$. Вычислим элементарную работу, которую необходимо затратить на дополнительное растяжение пружины на величину $d\vec{r}$. Эта работа увеличит запас потенциальной энергии на dU.

$$dU = -dA = -\vec{F}d\vec{r} = k\vec{r}\,d\vec{r} = krdr = d\left(\frac{kr^2}{2}\right).$$

Итак, мы получили формулу для потенциальной энергии упруго сжатой или растянутой пружины.

$$U = \frac{kr^2}{2}.$$

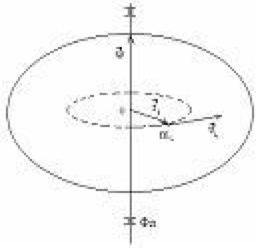
Вопросы для самоконтроля

1. Работа. Мощность.
2 Работа переменной силы.
3 Консервативные и неконсервативные силы.
4. Закон сохранения полной механической энергии.
5. Кинетическая энергия поступательно движущегося тела.
6. Закон всемирного тяготения. Потенциальная энергия тела в поле тяготения Земли.
7. Упругие деформации. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.

Динамика вращательного движения твердого тела

Кинетическая энергия вращательного движения твёрдого тела. Момент инерции твердого тела

Рассмотрим твёрдое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси.



Абсолютно твёрдое тело можно рассматривать как систему материальных точек с неизменным расстоянием между ними. Линейная скорость элементарной массы m_i равна $v_i = \omega r_i$, где r_i-расстояние массы m_i от оси вращения. Следовательно, для кинетической энергии элементарной массы получается выражение

$$W_i = \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2}$$

Кинетическая энергия вращающегося твёрдого тела складывается из кинетических энергий его частей.

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

Сумму, входящую в правую часть этого соотношения назовём моментом инерции I тела относительно оси вращения

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 .$$

Слагаемые этой суммы представляют момент инерции материальной точки относительно оси вращения

$I = mr^2$ - *момент инерции материальной точки относительно оси вращения.*

Размерность момента инерции $[\ I\ ] = 1\ кг\ м^2$

Таким образом, кинетическая энергия тела вращающегося вокруг неподвижной оси, равна

$$W = \frac{I\omega^2}{2} .$$

Для однородного тела симметричного относительно оси вращения (для однородного тела вращения) суммарный момент импульса направлен вдоль оси вращения в ту же сторону что и $\vec{\omega}$, и равен

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega} .$$

Основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела

Будем рассматривать твёрдое тело как систему жёстко связанных материальных точек с массой m_i, и пусть ось вращения неподвижная. Для всякой системы материальных точек имеет место закон изменения суммарного момента импульса во времени:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i$$

Это уравнение справедливо и для твёрдого тела. В этом случае $\vec{L}$ - момент импульса тела, а справа стоит $\vec{M}$ - сумма моментов внешних сил, действующих на тело, т.е.

$\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ – *основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела*

Если $\vec{L} = I\vec{\omega}$, и получаем

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\varepsilon} = \vec{M},$$

т.е. $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ - *аналог второго закона Ньютона для вращательного движения твёрдого тела*

В случае главной оси вращения при суммарном моменте внешней силы, действующем на тело, равном нулю, имеет место закон сохранения момента импульса твёрдого тела:

$I\vec{\omega} = const$ – *закон сохранения момента импульса твёрдого тела.*

Если суммарный момент внешних сил $\vec{M} \neq 0$, то он совершает работу, которая приводит к увеличению кинетической энергии вращающегося твёрдого тела (в этом случае потенциальная энергия $U = const$).

$$dA = dW = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = I\omega d\omega = I\omega dt\frac{d\omega}{dt} = Id\varphi\ \varepsilon = I\varepsilon d\varphi = M\,d\varphi$$

Мощность при вращательном движении твёрдого тела:

$$N = \vec{M}\vec{\omega}.$$

Из сопоставления поступательного и вращательного движения легко заключить, что во всех случаях роль массы играет момент инерции, роль силы –момент силы, роль импульса –момент импульса, и т.д.

Вопросы для самоконтроля

1. Момент силы,
2. Момент импульса.
3. Момент инерции.
4. Основной закон динамики вращательного движения твердого тела.
5. Закон сохранения момента импульса.

Элементы специальной теории относительности

Специальная теория относительности представляет собой современную физическую теорию пространства и времени. Ее часто называют релятивистской, а специфические явления, описываемые этой теорией релятивистскими эффектами.

Релятивистские эффекты проявляются при релятивистских скоростях, т.е. скоростях близких к скорости света. $c = 3*10^8 \, м/с$.

Специальная теория относительности так же как и классическая Ньютоновская механика предполагает, что время однородно, а пространство однородно и изотропно.

Ньютоновская механика несправедлива при скоростях близких к скорости света.

Преобразование Галилея.

Преобразованием Галилея называется преобразование координат и времени, применимое в Ньютоновской механике при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

$k(x, y, z, t)$, $k'(x', y', z', t')$, которые движутся относительно k поступательно с постоянной скоростью.

Преобразование Галилея основано на аксиомах об абсолютности промежутков времени и длины.

Аксиома 1. От времени и соответственно промежутков времени между какими-либо двумя событиями одинаковы во всех системах отсчета.

Согласно второй аксиоме размеры тела не зависят от скорости его движения относительно системе отсчета.

Рассмотрим две инерциальные системы отсчета k и k', одна из которых движется относительно другой вдоль оси $OУ$.

Координаты точки M системе k' $x' = x - V_x t$, $y' = y - V_y t$, $z' = z - V_z t$.

Продифференцируем эти равенства по времени:

$$v'_x = v_x - V_x \qquad a'_x = a_x$$

$$v'_y = v_y - V_y \qquad a'_y = a_y$$

$$v'_z = v_z - V_z \qquad a'_z = a_z$$

Ускорение материальной точки не зависит от выбора инерциальной системы отсчета, т.е. ускорение инвариантно относительно преобразований Галилея.

Это значит, что в разных инерциальных системах отсчета все механические процессы при одних и тех же условиях протекают одинаково. Все инерциальные системы отсчета совершенно равнозначны.

Постулаты специальной теории относительности

Первый постулат является обобщением механического принципа относительности Галилея на любые физические процессы. Этот постулат называется принципом относительности или релятивистским принципом относительности Эйнштейна и гласит: в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково. Иначе говоря, физические законы независимы или инвариантны по отношению к выбору инерциальной системы отсчета, а уравнение, выражающее эти законы, имеет одинаковую форму во всех инерциальных системах отсчета.

Второй постулат выражает принцип инвариантности скорости света, т.е. скорость света в вакууме не зависит от движения источника света и его приемника.

Релятивистская динамика.

В релятивистской динамике импульс P материальной точки пропорционален ее массе m и совпадает по направлению со скоростью $\vec{v}$ этой точки.

В отличие от Ньютоновской механики импульс материальной точки является нелинейной функцией ее скорости.

$$\vec{P} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

m_0 – масса покоя.

При $v \ll c$ получаем $\vec{p} = m\vec{v}$.

Основной закон релятивистской динамики гласит: скорость изменения импульса материальной точки рана силе или равнодействующей сил, действующих на эту точку, т.е.

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{F} \text{ или } \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\vec{F}$$

Выражение II закона ньютона $\vec{F}=m\vec{a}$ в релятивистской механике не справедливо, так как здесь масса утрачивает смысл как и коэффициент пропорциональности между силой и ускорением.

Кинетическая энергия

$$E_к=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-m_0c^2.$$

Величина $E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ называется полной энергией свободной частицы.

Величина $E_0=m_0c^2$ называется энергией покоя или энергией неподвижной частицы.

В энергию покоя, как и в полную энергию не входит потенциальная энергия тела во внешнем силовом поле.

В Ньютоновской механике под полной энергией понимают сумму потенциальной и кинетической энергий.

В релятивистской механике под полной энергией понимают сумму энергии покоя и кинетической энергии частицы, т.е. $E=E_0+E_к$.

Взаимосвязь массы и энергий покоя.

Масса тела и его энергия покоя связаны соотношением $E_0 = m_0 c^2$, из которого следует, что всякое изменение массы тела Δm сопровождается изменением энергий покоя ΔE_0, т.е.

$$\Delta E_0 = \Delta m c^2$$

Это равенство выражает закон взаимосвязи массы и энергий покоя.

Взаимосвязь массы и энергий покоя приводит к тому, что суммарная масса взаимодействующих тел не сохраняется.

При распадах неподвижных частиц (ядер) сумма масс образующихся частиц оказывается меньше массы исходной частицы на величину $\Delta m = \frac{\sum E_{св}}{c^2}$.

Чтобы разделить тело на частицы нужно затратить энергию.

Границы применимости классической механики

Механика Ньютона есть механика малых скоростей, т.е. механических тел движущихся со скоростью $U \ll c$.

При $v \ll c$ релятивистские эффекты не проявляются. При скоростях $v \sim 0{,}1c$ они незначительны.

Элементарные частицы движутся со скоростями, сравниваемыми со скоростью света в вакууме c, поэтому законы классической механики к ним не применимы.

Согласно квантовой механике одновременно точно нельзя определить значение координаты и импульса частицы.

Предел точности определяется соотношением неопределенностей Гейзенберга.

Из них следует, что чем меньше масса, тем более неопределимыми становятся скорость и координата частицы. В этом случае менее применимым становится понятие траектории. Таким образом, механика Ньютона есть механика малых скоростей, т.е. $v \ll c$ и больших по сравнению с массой атомов, масс.

Вопросы для самоконтроля

1. Механический принцип относительности Галилея.
2. Постулаты специальной теории относительности.
3. Релятивистская динамика.
4. Энергия релятивистской частицы.
5. Взаимосвязь массы и энергии.